



**Programmi di ricerca cofinanziati - Modello C**  
**Rendiconto di unità di ricerca - ANNO 2001**  
**prot. 2001017228\_012**

- 1. Area Scientifico Disciplinare principale** *01: Scienze matematiche*
- 2. Coordinatore Scientifico del programma di ricerca** *LUNARDON Guglielmo*
- **Università** *Universita' degli Studi di NAPOLI "Federico II"*
- **Facoltà** *Facolta' di SCIENZE MATEMATICHE FISICHE e NATURALI*
- **Dipartimento/Istituto** *Dip. MATEMATICA E APPLICAZIONI*
- 3. Titolo del programma di ricerca** *STRUTTURE GEOMETRICHE, COMBINATORICA E LORO APPLICAZIONI*
- 4. Responsabile Scientifico dell'Unità di Ricerca** *FAINA Giorgio*
- **Università** *Universita' degli Studi di PERUGIA*
- **Facoltà** *Facolta' di SCIENZE MATEMATICHE FISICHE e NATURALI*
- **Dipartimento/Istituto** *Dip. MATEMATICA E INFORMATICA*
- 5. TITOLO del programma dell'unità di ricerca** *STRUTTURE GEOMETRICHE, COMBINATORICA E LORO APPLICAZIONI*
- 6. SETTORE principale dell'unità di ricerca:** *MAT/03*
- 7. Finanziamenti assegnati all'unità di ricerca:**
- **Quota Ateneo** *23.000.000 Lire*  
*(11.879 Euro)*
- **Quota MIUR** *54.000.000 Lire*  
*(27.889 Euro)*
- **Finanziamento totale** *77.000.000 Lire*  
*(39.767 Euro)*

**8. Descrizione della Ricerca eseguita e dei risultati ottenuti**

Oggi la Teoria dei Codici è uno dei rami più studiati nell'ambito delle Strutture Geometriche, della Combinatoria e delle sue Applicazioni con legami, talvolta molto stretti, con settori della matematica assai importanti quali sono le Geometrie di Galois, la teoria delle curve algebriche in caratteristica positiva, la teoria dei disegni e la teoria dei gruppi. Ad ogni codice lineare  $C$ , di parametri  $n, k, d$ , sul campo di Galois  $GF(q)$ , rimane associato un insieme di punti  $K$  (che in generale è un multiinsieme) dello spazio proiettivo  $(k-1)$ -dimensionale  $PG(k-1, q)$ . Tale corrispondenza si ottiene interpretando le colonne di una matrice generatrice del codice come coordinate dei punti dello spazio proiettivo. Un problema basilare, allo scopo di ottenere buoni codici  $C$ , consiste nel massimizzare la minima distanza  $d$ , qualora la lunghezza  $n$  e la dimensione  $k$  dello stesso codice si suppongano fissate. Un limite superiore per la  $d$  è fornito dal limite di Singleton:  $d \leq n - k + 1$ . Nel caso in cui per un codice  $C$  valga il segno di uguaglianza si dice che  $C$  è un codice MDS, mentre se  $d = n - k$ , il codice si dice AMDS (o con difetto di Singleton uguale a 1). Nel caso in cui anche il duale di  $C$  abbia analoga proprietà si parla di codici Near MDS (o, più brevemente, NMDS). Da un punto di vista geometrico la capacità di correzione di errori di un codice è legata al modo con cui si interseca l'insieme  $K$  associato a  $C$  con gli iperpiani di  $PG(k-1, q)$ . In particolare i codici MDS corrispondono agli  $n$ -archi di  $PG(k-1, q)$ , cioè insiemi di  $n$  punti di cui mai  $k$  appartengono allo stesso iperpiano. Mentre i codici AMDS corrispondono ad insiemi di  $n$  punti di  $PG(k-1, q)$  di cui mai

$k+1$  appartengono allo stesso iperpiano ed esiste un'iperpiano che ne contiene esattamente  $k$ . Fissato il difetto di Singleton, ovvero la corrispondente tipologia di configurazione geometrica, trovare insiemi di massima lunghezza ci dà informazioni sul massimo valore di  $d$  (distanza minima) che un codice di una data lunghezza e dimensione può assumere. Ciò fornisce una motivazione forte allo studio del ben noto packing problem, termine introdotto da Bose nel 1947, per le applicazioni della geometria combinatoria alla statistica (disegni di esperimenti) e che, successivamente B. Segre e la sua Scuola collegarono alla Teoria dell'Informazione in senso lato.

Il packing problem, che è anche il problema centrale delle geometrie di Galois, può essere formulato mediante le seguenti congetture:

a) Congettura debole: In  $PG(r, q)$ , con  $q > r + 1$ ,  $r > 2$  e diverso da  $q-1$ , la lunghezza massima di un  $n$ -arco è uguale a  $q+1$ .

Un esempio di arco completo di tale cardinalità è fornito dalla curva razionale normale.

Nel caso 2-dimensionale la congettura debole vale solo in caratteristica dispari poiché in caratteristica pari la conica più il suo nucleo è un esempio di  $(q+2)$ -arco.

b) Congettura forte: In  $PG(r, q)$ , con  $q$  dispari e  $q > r + 1$ , la lunghezza massima di un  $n$ -arco è uguale a  $q+1$  e il massimo è raggiunto se, e solo se, l'arco è una curva razionale normale.

Nel lavoro "The Packing Problem in Statistic, Coding Theory and Finite Projective Spaces: Update 2001", pubblicato su "Finite Geometries, Developments of Mathematics", Kluwer 3 (2001), 201-246, L. Storme e J.W.P. Hirschfeld forniscono una mirabile rassegna di tutti i risultati più significativi fino ad allora noti.

L'esigenza di produrre nuovi codici che abbiano prestazioni simili a quelle dei codici MDS ha portato l'attenzione sui codici NMDS che, come abbiamo detto, corrispondono a configurazioni geometriche particolari che non sono archi. Una testimonianza della grande attenzione a questa problematica è data dal data base "Bounds on the size of linear codes, Handbook of Coding Theory (1998), 295-461, curato da A.E. Brouwer, di cui esiste una versione on line, costantemente aggiornata, reperibile all'indirizzo: <http://www.win.tue.nl/~aeb/voorlincod.html>

Pur assumendo condizioni restrittive forti come ad esempio il richiedere che i punti appartengano ad una curva algebrica, non si è riusciti a risolvere le congetture. Tuttora non sono noti esempi con cardinalità vicino alla massima ipotetica, il che vuol dire che non sono stati trovati codici MDS con caratteristiche tecniche buone a prescindere dalle curve razionali normali. Una modalità per costruire codici NMDS è quella di usare i punti razionali di opportune curve ellittiche. La lunghezza massima di un codice NMDS di dimensione  $k$  su  $F_q$  si denota con  $m_+(k-1, q)$ . Il problema di determinare  $m_+(k-1, q)$  è molto difficile. L'esatto valore di  $m_+(k-1, q)$  è noto solo per pochi valori di  $k$  e di  $q$ .

#### - I RISULTATI OTTENUTI DALL'UNITÀ DI RICERCA -

1.

La nostra Unità di Ricerca ha fornito gran parte degli esatti valori di  $m_+(k-1, q)$  finora noti, e soprattutto quelli più significativi. Per maggiori dettagli si rinvia ai lavori [14] e [17], citati al punto 10 di tale rendiconto. Si osservi che per  $q \leq 9$  in questi lavori è stato risolto il packing problem in tutte le dimensioni aperte ed in molte di esse sono stati classificati gli esempi esistenti.

Diversi anni fa si è cominciato a studiare tale argomento e la base scientifica era molto scarna perché i metodi utilizzati per gli  $n$ -archi non si trasportano in questo contesto. D'altro canto non era pensabile un uso massiccio del calcolatore per una ricerca esaustiva di tutte le configurazioni possibili a causa della complessità computazionale anche se competenze di tipo informatico erano necessarie.

2.

È noto che, se  $q > 3$ ,  $m_+(k-1, q) \leq 2q + k - 2$  (cioè è nota una limitazione superiore). La migliore limitazione inferiore per  $m_+(k-1, q)$  viene dalla geometria algebrica e stabilisce che:

se  $n_q(1)$  denota il massimo numero di punti  $F_q$ -razionali che una curva piana cubica non singolare  $C$  di  $PG(k-1, q)$  può avere e se  $2 \leq k-1 \leq m-1$ , allora  $m_+(k-1, q) \geq n_q(1)$ . È noto che  $n_q(1)$  ha un ordine di grandezza che è circa  $\frac{1}{2}k$ . È altresì noto che a partire da una curva piana cubica non singolare  $C$  di  $PG(k-1, q)$ , per ogni  $k-1$  tale che  $2 \leq k-1 \leq m-1$ , si può costruire un  $m$ -insieme  $K_{k-1}(C)$ , in  $PG(k-1, q)$ , equivalente ad un codice NMDS. Il problema dell'esistenza di codici NMDS ottenuti come estensione di quelli sopra definiti a partire da curve cubiche è stato affrontato da molti autori. Ma i più recenti e significativi contributi sono stati dati in questo contesto dalla nostra Unità di Ricerca nei lavori [7], [8], [9], [10], [12] citati al punto 10 di tale rendiconto.

3.

Nel lavoro [1], citato al punto 10 di tale rendiconto, è stata trovata un'applicazione della Teoria dei codici al problema della costruzione di packet switched networks. Questo tipo di problematica nella sua forma più generale si traduce in un problema di disegni combinatori che coinvolgono  $k$ -archi di piani proiettivi, codici lineari 3-dimensionali e la teoria dei fractional matching. Questa traduzione del problema in termini combinatorici è dovuta a C.J. Colbourn (Projective planes and congestion-free networks, Discrete Appl. Math. 122 (2002), 117-126) e una breve introduzione si trova anche nel survey di Colbourn-Dinitz-Stinson, (Applications of combinatorial designs to communications, cryptography and networking, in Surveys in Combinatorics 1999, Cambridge Univ. Press 1999, 37-100, 1999 British Combinatorial Conference). Il problema dei disegni riguarda i cosiddetti "coverings"  $C(n, k, r)$ . Un "covering"  $C(n, k, r)$  è una famiglia di sottoinsiemi, detti "blocchi", di un  $n$ -insieme tale che: ogni blocco ha cardinalità minore o uguale a  $k$ ; ogni punto

appartiene ad al più  $r$  blocchi; 3) ogni coppia di punti appartiene ad almeno un blocco.

Un covering  $C(n, k, r)$  modella la seguente situazione di reti di comunicazione: si supponga che  $n$  rappresenti il numero degli utenti di una rete (cioè i punti della nostra struttura geometrica rappresentano gli utenti o i computers se pensiamo la rete come una rete di computers) mentre i blocchi rappresentano dei links o busses (cioè sottinsiemi di utenti tali che se due utenti appartenenti allo stesso link essi possono comunicare tra loro utilizzando tale link).  $k$  ed  $r$  forniscono delle limitazioni tecniche: a) un link ha al più  $k$  utenti; b) ogni utente può appartenere al più ad  $r$  links (cioè può avere al più  $r$  collegamenti); c) ogni due utenti possono comunicare tra loro.

Il nostro problema di costruzione di reti è equivalente al seguente: massimizzare  $n$  fissati  $k$  ed  $r$  e determinare costruzioni facilmente utilizzabili. Ci mettiamo nell'ipotesi  $k \geq r$  poiché nelle applicazioni è questa la situazione che interessa.

Nell'ipotesi che esista un piano proiettivo di ordine  $q = r - 1$  (chiameremo geometrici i rispettivi coverings e lineari geometrici se il piano proiettivo è desarguesiano), ci sono stati alcuni vani tentativi di risolvere il problema tanto che lo stesso Colbourn afferma, nel suo lavoro sopra citato, che la soluzione di tale problematica è estremamente complicata, in quanto sarebbe necessario conoscere, a suo avviso, tutte le cardinalità massime di archi di ogni specie nei piani proiettivi di ordine  $q$ . (Si pensi che solo per piani di ordine molto piccolo, precisamente minori o uguali a 9, queste cardinalità sono completamente note).

In realtà, nel presente lavoro si è riusciti a risolvere tale problema riformulandolo in termini di Teoria dei Codici.

Precisamente, utilizzando il concetto di arco pesato, [si ricorda intanto che con  $k$ -arco pesato del piano proiettivo si intende una funzione che associa pesi ai suoi punti tali che per ogni retta la somma dei pesi non supera  $k$ . Si definisce inoltre massa di un arco pesato la somma dei pesi di tutti i punti del piano proiettivo] si è in particolare sottolineato, per la prima volta in letteratura, che i coverings corrispondono a codici lineari non proiettivi. Questo fatto ha suggerito la strada per trovare un upper bound per coverings geometrici che nel caso desarguesiano coincide con il Griesmer bound della teoria dei codici. Nel lavoro si fornisce una dimostrazione geometrica costruttiva dell'esistenza di un codice lineare geometrico che raggiunge tale limite.

In realtà questo risultato determinato per coverings geometrici, è valido per tutti i coverings. Per ottenere ciò si è usata la teoria dei fractional matchings che è una teoria che usa la programmazione lineare per studiare tali strutture. Tutti i risultati dimostrati valgono nel caso di esistenza di un piano proiettivo di ordine  $q$ . Nel caso in cui questo non accade il problema è aperto.

4.

Nell'ambito del legame tra la Teoria dei Codici e le Geometrie di Galois uno degli argomenti più recenti di cui ci siamo occupati riguarda gli insiemi saturanti.

Un sottoinsieme di  $PG(n, q)$  si dice  $p$ -saturante se  $p$  è il più piccolo intero tale che per ogni punto dello spazio proiettivo  $X$  esistono  $p+1$  punti dell'insieme dato i quali generano un sottospazio che contiene  $X$ .

I punti di un insieme  $p$ -saturante possono essere riguardati come colonne di una matrice di controllo di un codice lineare  $q$ -ario di codimensione  $n+1$  e raggio di ricoprimento  $p+1$ . In vista di ciò è particolarmente interessante la problematica di trovare insiemi saturanti di cardinalità bassa (ed in particolare l'ordine minimo di essi) perché ciò equivale a trovare codici di ricoprimento buoni in quanto corti in relazione al fissato raggio di ricoprimento e alla codimensione. Nei lavori [2], [15], citati al punto 10 di tale rendiconto, ci siamo occupati di sottoinsiemi  $p$ -saturanti minimali. In essi vengono fornite stime sia valori esatti di parametri estremali ed in particolare viene risolto il packing problem per insiemi 1-saturanti minimali ed anche per la seconda cardinalità più grande nel caso piano. Per quanto riguarda l'ordine minimo il problema è aperto per i casi non banali.

5.

Nell'approccio gruppale per la ricerca di configurazioni geometriche notevoli, ci si è imbattuti in configurazioni geometriche classiche, come ad esempio la quartica di Klein. I flessi di tale quartica, quando la caratteristica del campo base è diversa da 7 e in particolare in caratteristica zero, formano un arco di cardinalità 24 il quale, in  $PG(2, 29)$ , risulta essere l'unico arco completo della seconda cardinalità più grande in tale piano [si ricorda che 29 è attualmente il valore primo più grande per cui tale cardinalità è conosciuta]. Nello studio di tali proprietà si osserva che il gruppo che stabilizza la quartica, cioè  $PSL(2, 7)$ , raggiunge il massimo ordine teorico previsto dal teorema di Hurwitz per curve algebriche di genere 3, e i flessi formano un'orbita del suo stabilizzatore. Inoltre, tale curva è l'unica ad avere questa proprietà di forte simmetria (cioè è la quartica più simmetrica nel senso che il suo gruppo di automorfismi ha ordine massimo possibile). Questo fatto, insieme a cose precedentemente studiate su altre configurazioni geometriche, ci ha portato a considerare, nei lavori [22] e [23] citati al punto 10 di tale rendiconto, una sestica, la sestica di Wiman, pubblicata nel Math. Ann. del 1896. Questa curva ha gruppo di automorfismi  $A_6$ . I risultati principali raggiunti in tali nostri lavori sono i seguenti:

a) si è provato, in [22], che la sestica di Wiman è l'unica sestica  $A_6$  invariante.

Combinando questo fatto con un risultato di alcuni ricercatori giapponesi (Doi ed altri) la sestica di Wiman si caratterizza come l'unica sestica che ha gruppo di automorfismi più grande possibile, pur non raggiungendo il limite di Hurwitz.

Poiché per i gradi 4 e 6 è stato possibile determinare le curve non singolari più simmetriche, ci siamo chiesti se fosse possibile determinarle per ogni grado. La risposta è affermativa.

b) E' stato proprio uno studio approfondito di carattere gruppale che ha consentito di dimostrare in [23] che, per ogni grado, primo e non primo [naturalmente diverso dai gradi 4 e 6 per i quali si è visto che rispettivamente la quartica di Klein e la sestica di Wiman, soddisfano a questa proprietà di massima simmetria] la curva di Fermat risulta essere la curva algebrica piana non singolare più simmetrica.

6.

Un aspetto del Packing Problem tradizionalmente molto approfondito nei lavori della nostra Unità è quello della ricerca di nuove costruzioni (ottenute anche con l'ausilio del computer) per archi e calotte in spazi di dimensione bassa. Lo scopo principale, oltre a quello di avere nuove famiglie di tali strutture geometriche, è quello di fornire stime migliori delle

limitazioni superiori e inferiori della cardinalità di archi e calotte completi in  $PG(n, q)$ ), per valori di  $n$  e di  $q$  non solo piccoli. In alcuni casi, si è riusciti a fornire, a posteriori, anche dimostrazioni puramente teoriche dell'esistenza di famiglie infinite di archi e calotte completi in  $PG(n, q)$ ), a partire da esempi particolari ottenuti in precedenza grazie all'impiego del computer. I risultati conseguiti in tali ricerche sono riportati nei seguenti lavori [3], [4], [5], [6], [16], [18] citati al punto 10 di tale rendiconto.

7.

Nei lavori [19], [21] e [24], citati al punto 10 di tale rendiconto, vengono studiati i codici lineari deducibili da alcune varietà algebriche ben note. In particolare vengono approfonditi studi e ricerche sulla tecnica del "Permutation Decoding", dimostratasi assai utile per le sue applicazioni alla teoria della decodifica di messaggi ricevuti.

Mentre nei lavori [11], [13] e [26], citati anch'essi al punto 10 di tale rendiconto, sulla base di idee della geometria algebrica [che sono diventate fruttifere in teoria dei codici grazie all'idea di Goppa di associare ad una curva  $X$  definita su  $F_q$  dei codici lineari] si affronta il problema della ricerca di curve con molti punti razionali. Di notevole importanza è il risultato che consente di stabilire il numero dei punti razionali di ogni curva quoziente della curva di Suzuki. Inoltre, per  $q=8$  e  $q=32$ , in un lavoro di Giulietti e Pasticci ancora in fase di stesura, sono state trovate tutte le curve quoziente della curva di Suzuki e per esse si sono trovate le relative equazioni.

Nel corso della realizzazione delle suddette ricerche è stato necessario utilizzare frequentemente il pacchetto di computer algebra MAGMA su un SERVER SUN ENTERPRICE 450 ed altri computer a disposizione dell'Unità di Ricerca, e sviluppare programmi di computer di elevata difficoltà.

Alcuni dei risultati principali e le copie degli output di MAGMA ottenuti saranno disponibili su World Wide Web (WWW) all'indirizzo: <http://www.dipmat.unipg.it/combinatorics.html>.

Altro impegno dell'Unità Operativa è quello di tenere costantemente aggiornato, sempre su INTERNET allo stesso indirizzo sopra citato, un DATA BASE o ATLANTE contenente i risultati principali su archi e calotte completi degli spazi proiettivi  $n$ -dimensionali sopra una campo finito.

Altrettanto importanti sono stati alcuni soggiorni presso università estere e numerose e qualificate partecipazioni a convegni nazionali e internazionali dove i membri dell'Unità hanno tenuto numerose comunicazioni. Tra essi ricordiamo:

Partecipazioni a convegni nazionali e internazionali:

\* *Combinatorics 2002, Maratea (Potenza) 2 - 8 Giugno 2002.*

(Partecipanti ed eventuali Comunicazioni:

- C. Bernasconi, con comunicazione dal titolo: *On the notion of subspace of (neighborhood) spaces: restrictions and contractions;*
- G. Faina;
- M. Giulietti, con comunicazione dal titolo: *On the number of rational points of a plane algebraic curve;*
- F. Pambianco, con comunicazione dal titolo: *On maximal partial spreads in  $PG(3, 9)$ ;*
- F. Pasticci;
- R. Vincenti, con comunicazione dal titolo: *PD-sets for the codes related to some classical varieties).*

\* *Workshop on Curves over Finite Fields, Sabanci University (Istanbul), Istanbul, 2 - 29 Settembre 2002*  
(Partecipanti: M. Giulietti, F. Pasticci).

\* *IX Incontro Italiano di Combinatoria Algebrica, Taormina, 22-26 Settembre 2002*  
(Partecipanti: C. Bernasconi, E. Ughi).

\* *Gian-Carlo Rota Memorial Conference, Barisciano (AQ), 25-27 Aprile 2002*

(Partecipanti: C. Bernasconi, con comunicazione dal titolo: *Gian-Carlo Rota: il significato di definizione e l'idea di spazio).*

\* *ACCT - VIII Int. Workshop on Algebraic and Combinatorial Coding Theory, Tsarskoe Selo, Russia, 8-14 September 2002*

(Partecipanti: S. Marcugini e F. Pambianco con comunicazione dal titolo: *Classification of linear codes by preclassification).*

\* *Scuola Estiva di Geometria Combinatoria "G. Tallini", Brescia 2002* (Partecipanti: F. Pasticci).

\* *Third Pythagorean Conference, 1-7 giugno 2003.*

(Partecipanti ed eventuali Comunicazioni: M. Giulietti: *Large arcs in  $PG(2, q)$ .*

\* *Il Convegno annuale del Dipartimento di Matematica e Informatica dell'Università degli Studi di Perugia, Perugia, 3-4 ottobre 2003.* (Partecipanti ed eventuali comunicazioni:

F. Conti,

G. Faina (Conferenza generale dal titolo: *Crittografia in un progetto pilota per la verbalizzazione on line degli esami,*

M. Giulietti: *Gruppi di automorfismi di curve algebriche in caratteristica positiva.*,

S. Marcugini,

F. Pambianco,

F. Pasticci: *"Curve ellittiche in crittografia e teoria dei codici"*,

E. Ughi).

\* *Convegno "Strutture geometriche, Combinatoria e loro Applicazioni", Roma 4-6 Dicembre 2003*

(Partecipanti ed eventuali comunicazioni:

Faina Giorgio (Conferenza di apertura, su invito: *Geometria Combinatoria e Codici correttori: alcuni recenti risultati,*

M. Giulietti.)

\* *First Irsee Conference, Finite Geometries, Kloster Irsee (Germany), 16-21 February 2003,*



(Partecipanti ed eventuali comunicazioni:

R. Vincenti: *Characterization of projective systems related to linear codes*).

\* ISGA 2003 (*International Symposium on Graphs, Designs and Applications*), Messina (Italy), 30 September-4 October 2003.

(Partecipanti ed eventuali comunicazioni: R. Vincenti)

\* Scuola Estiva di Geometria Combinatoria "Giuseppe Tallini" 2003, 1-6 settembre 2003, Potenza (Partecipanti: F. Pasticci)

Soggiorni di ricerca presso istituzioni straniere:

R. Vincenti: T. Università di Delft, The Netherlands, 16-24 February 2002, tenendo un ciclo di 4 conferenze su "PD-sets for codes related to the elliptic quadrics of  $PG(3,q)$  and the ruled rational normal surfaces  $V_{23}$  of  $PG(4,q)$ ".

M. Giulietti: Università del Sussex, Brighton, Regno Unito, 17 Aprile - 29 Maggio 2002 (Soggiorno di ricerca su invito presso Prof. J.W.P. Hirschfeld).

R. Vincenti: Università di Kiel, Germany, 27 April - 4 May 2002 tenendo un ciclo di 4 conferenze su due soggetti: "Combinatorics, or, the discrete charming of Geometry" e "PD-sets for codes related to some classical varieties".

In tutti i filoni di ricerca dei quali l'Unità si è occupata è stata di fondamentale importanza anche una costante e stretta collaborazione con numerosi matematici italiani e stranieri. Tra essi ricordiamo:

Janos Barát (University of Budapest, Ungheria)

Juergen Bierbrauer (Michigan Technological University Houghton, USA)

Henry Crapo (EHESS, France)

Alexander A. Davydov (Academy of Sciences, Moscow, Russia)

Olof Heden (Royal Institute of Stoccolma, Svezia)

J.W.P. Hirschfeld (Università del Sussex, Brighton, Regno Unito)

Hitoshi Kaneta (University of Osaka, Giappone)

Gyorgy Kiss (University of Budapest, Ungheria)

G. Korchmaros (Università della Basilicata, Potenza (Italia))

Hans Joachim Kroll (TU Monaco di Baviera, Germania)

Peter Lisonek (Simon Fraser University, Canada)

Leo Storme (University of Ghent, Belgio)

Tamas Szonyi (University of Budapest, Ungheria)

F. Torres (Unicamp, Campinas, Brasile)

L'Unità di Ricerca ha prodotto 38 pubblicazioni. Per motivi di spazio non possiamo in questa sede citarle tutte. Ci limitiamo, pertanto, a citare quelle che riteniamo più significative:

[1] J. BIERBRAUER, S. MARCUGINI, F. PAMBIANCO: *Projective planes, coverings and a network problem*. *Des. Codes Cryptography* 29 (2003), 71-89.

[2] A. A. DAVYDOV, S. MARCUGINI, F. PAMBIANCO: *On saturating sets in projective spaces*. *J. Comb. Theory, Ser. A* 103 (2003), 1-15.

[3] A.A. DAVYDOV, S. MARCUGINI, F. PAMBIANCO: *Complete caps in projective spaces  $PG(n, q)$* . *Journal of Geometry* (to appear).

[4] A. A. DAVYDOV, G. FAINA, S. MARCUGINI, F. PAMBIANCO: *Computer search in projective planes for the sizes of complete arcs*. *Journal of Geometry* (to appear).

[5] G. FAINA, G.Y. KISS, S. MARCUGINI, F. PAMBIANCO: *The cyclic model for  $PG(n, q)$  and a construction of arcs*, *European Journal of Combinatorics* 23 (2002), 31-35.

[6] G. FAINA, M. GIULIETTI: *On small dense arcs in Galois planes of square order*, *Discrete Mathematics* 267 (2003), 113-125.

[7] M. GIULIETTI: *On plane arcs contained in cubic curves*, *Finite Fields and Their Applications* 8 (2002), 69-90.

[8] M. GIULIETTI: *On cyclic  $k$ -arcs of Singer type in  $PG(2, q)$* , *Discrete Mathematics* 255 (2002), 135-144.

[9] M. GIULIETTI, F. PAMBIANCO, F. TORRES, E. UGHI: *On large complete arcs: odd case*, *Discrete Mathematics* 255 (2002), 145-159.

[10] M. GIULIETTI, F. PAMBIANCO, F. TORRES, E. UGHI: *On complete arcs arising from plane curves*, *Designs, Codes and Cryptography* 25 (2002), 237-246.

[11] M. GIULIETTI, F. TORRES: *On dense sets related to plane algebraic curves*. *Ars Combinatoria* (to appear).

[12] M. GIULIETTI: *On the extendibility of Near-MDS Elliptic Codes*. *Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing* (to appear).

[13] M. GIULIETTI: *On the number of rational points of a plane algebraic curve*. *Archiv der Mathematik* (to appear).

[14] S. MARCUGINI, A. MILANI, F. PAMBIANCO: *NMDS codes of maximal length over  $GF(q)$* , *IEEE Transactions on Information Theory* 48 No.4 (2002), 963-966.

[15] S. MARCUGINI, F. PAMBIANCO: *Minimal 1-saturating sets in  $PG(2, q)$* , *q  $\neq 11$* , *Australasian J. Comb.* 28 (2003) 161-169.

[16] S. MARCUGINI, A. MILANI, F. PAMBIANCO: *Minimal complete arcs in  $PG(2, q)$* , *q  $\neq 29$* . *The Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* (to appear).

[17] S. MARCUGINI, A. MILANI, F. PAMBIANCO: *Classification of the  $(n, 3)$ -arcs in  $PG(2, 7)$* . *Journal of Geometry* (to appear).

[18] E. UGHI: *Small almost complete arcs*. *Discrete Math.* 255 (2002), 367-379.

[19] R. VINCENTI, L. GUERRA: *On the linear codes arising from Schubert's varieties*. *Designs, Codes and Cryptography* (to appear).

[20] C. BERNASCONI: *Spazi di Interni*. *Atti del Convegno Intern. "Gian-Carlo Rota Memorial Conf."*, L'Aquila, 25-27

aprile 2002, 13-20.

[21] R. VINCENTI, E. MONTANUCCI, *Characterization of projective system related to linear codes, Proceedings of First Irsee Conference, Kloster Irsee 16 - 21 February 2003.*

[22] H. KANETA, S. MARCUGINI, F. PAMBIANCO: *On arcs and curves with many automorphisms. Advances in Geometry (submitted).*

[23] F. PAMBIANCO: *The Fermat curve  $x^n + y^n + z^n$ : the most symmetric non-singular algebraic plane curve, Advances in Geometry (submitted).*

[24] R. VINCENTI: *PD-sets for the codes related to some classical varieties, (with H.-J. Kroll), Discrete Mathematics (submitted).*

[25] J. BARAT, S. MARCUGINI, F. PAMBIANCO, T. SZONYI: *Disjoint blocking sets in Galois planes. Dip. di Matematica, Università degli Studi di Perugia, Rapporto Tecnico 2002-27*

[26] M. GIULIETTI, G. KORCHMÁROS, F. TORRES: *Quotient curves of the Deligne-Lusztig curves of Suzuki type, <http://arXiv.org/math.AG/0206311>.*

[27] O. HEDEN, S. MARCUGINI, F. PAMBIANCO, L. STORME: *Non existence of a maximal partial spread of size 76 in  $PG(3, 9)$ . Dip. di Matematica, Università degli Studi di Perugia, Rapporto Tecnico 2002-28.*

## 11. Componenti dell'Unità di ricerca che hanno effettivamente partecipato alla ricerca

### Personale docente

n°	Cognome	Nome	Qualifica	Facoltà	Dipartimento/Istituto Università	mesi uomo dal modello		mesi uomo effettiv. impegnati		Nota
						I anno	II anno	I anno	II anno	
1.	BASILE	Alessandro	Prof. Associato	Facoltà di INGEGNERIA	Dip. MATEMATICA E INFORMATICA Univ. PERUGIA	11	11			
2.	BERNASCONI	Carlo	Prof. Associato	Facoltà di SCIENZE MATEMATICHE FISICHE e NATURALI	Dip. MATEMATICA E INFORMATICA Univ. PERUGIA	11	11			
3.	CONTI	Francesca	Prof. Associato	Facoltà di SCIENZE MATEMATICHE FISICHE e NATURALI	Dip. MATEMATICA E INFORMATICA Univ. PERUGIA	11	11			
4.	FAINA	Giorgio	Prof. Ordinario	Facoltà di SCIENZE MATEMATICHE FISICHE e NATURALI	Dip. MATEMATICA E INFORMATICA Univ. PERUGIA	11	11			
5.	GIULIETTI	Massimo	Ricercatore	Facoltà di INGEGNERIA	Dip. MATEMATICA E INFORMATICA Univ. PERUGIA	11	11			
6.	MARCUGINI	Stefano	Prof. Associato	Facoltà di SCIENZE MATEMATICHE FISICHE e NATURALI	Dip. MATEMATICA E INFORMATICA Univ. PERUGIA	11	11			
7.	PAMBIANCO	Fernanda	Ricercatore	Facoltà di INGEGNERIA	Dip. MATEMATICA E INFORMATICA Univ. PERUGIA	11	11			
8.	UGHI	Emanuela	Ricercatore	Facoltà di SCIENZE MATEMATICHE FISICHE e NATURALI	Dip. MATEMATICA E INFORMATICA Univ. PERUGIA	11	11			
9.	VINCENTI	Rita	Prof. Associato	Facoltà di SCIENZE MATEMATICHE FISICHE e NATURALI	Dip. MATEMATICA E INFORMATICA Univ. PERUGIA	11	11			

## 14. Dati complessivi relativi al programma

(numero)

partecipazioni a convegni:

in Italia 20

all'estero 8

articoli pertinenti pubblicati:

su riviste italiane con referee 0

su riviste straniere con referee 19

su altre riviste italiane 1

su altre riviste straniere 2

comunicazioni a convegni/congressi internazionali 9

comunicazioni a convegni/congressi nazionali 5

rapporti interni 16

brevetti depositati 0

### Tabella riassuntiva sulla ripartizione delle spese

Voce di spesa	Spese indicate nel modello	Spese rimodulate
Materiale inventariabile	10.000	6.825
Grandi Attrezzature	0	0
Materiale di consumo	1.000	550
Spese per calcolo ed elaborazione dati	250	525
personale a contratto	0	0
Servizi esterni	250	222
Missioni	5.500	6.406
Pubblicazioni	1.000	1.128
Partecipazione / Organizzazione convegni	11.766	14.120
Altro	10.000	9.990
<b>TOTALE</b>	<b>39.766</b>	<b>39.766</b>

### Totale spese sostenute

	(in Euro)
<b>Totale finanziamento assegnato</b>	<b>39.767</b> <i>(76.999.187 Lire)</i>
<b>Pagato</b>	<b>39.766</b> <i>(76.997.251 Lire)</i>
<b>Residuo da saldare</b>	<b>0</b>
<b>Impegnato</b>	<b>0</b>
<b>Totale spese sostenute</b>	<b>39.766</b> <i>(76.997.251 Lire)</i>
<b>Residuo</b>	<b>1</b> <i>(1.936 Lire)</i>

(per la copia da depositare presso l'Ateneo e per l'assenso alla diffusione via Internet delle informazioni riguardanti i programmi finanziati legge del 31.12.96 n°675 sulla "Tutela dei dati personali")

Data ..... (inserita dal sistema alla chiusura del consuntivo)

Firma .....